

1. Вводная глава

Расчет взноса при переменном размере комиссионного вознаграждения

Постановка задачи:

Страховщик выплачивает страховому агенту комиссионное вознаграждение в соответствии с утвержденным планом, т.е. комиссионное вознаграждение со взноса, вносимого в рассрочку в $(j+1)$ -ый $(0 \leq j \leq m-1)$ отрезок длиной $1/m$ -я часть года на $(i+1)$ -м $(0 \leq i \leq n-1)$ году действия договора страхования с периодичностью m раз в год, составит (в процентах от взноса) $f_{i+1,j+1}$.

Размер всех уплачиваемых Страхователем рассроченных брутто-взносов при сроке действия договора n лет должен быть одинаковым. Обозначим $G(k, j)$ $k=0, \dots, n-1; j=0, \dots, m-1$ значение рассроченного взноса, уплачиваемого Страхователем в $(j+1)$ -ый отрезок $(k+1)$ -го года.

В силу сказанного выше имеем равенство:

$$G(i, j) = G(k, l) \forall i < n; k < n; j < m; l < m \quad (1.1)$$

Обозначим соответствующее значение нетто-взноса как $R(i, j)$.

Имеем равенство:

$$G(i, j) = \frac{R(i, j)}{1 - f_{i+1, j+1}} = C(i, j) * R(i, j) \quad (1.2)$$

где:

$$C(i, j) = \frac{1}{1 - f_{i+1, j+1}}, 0 \leq i \leq n-1; 0 \leq j \leq m-1 \quad (1.3)$$

Таким образом, значение рассроченного нетто-взноса будет равно:

$$R(i, j) = \frac{G(i, j)}{C(i, j)}, \quad (1.4)$$

т.е. договор страхования (без учета комиссионного вознаграждения и расходов на ведение дела) оплачен серией нетто-взносов, значения которых могут быть не равны между собой.

Из равенства современных стоимостей финансовых обязательств Страховщика и Страхователя получаем уравнение:

$$\frac{1}{l_x} * \sum_{k=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{m-1} \left(l_{x+k} - j * \frac{d_{x+k}}{m} \right) * R(k, j) * v^{\frac{k+j}{m}} = {}^{netto} E \quad (1.5)$$

В силу равенства

$$R(0,0) * C(0,0) = R(i, j) * C(i, j) \forall i < n; j < m \quad (1.6)$$

имеем

$$R(i, j) = R(0,0) * \frac{C(0,0)}{C(i, j)} \forall i < n; j < m \quad (1.7)$$

Перепишем уравнение (1.5) для расчета единовременного нетто-взноса в виде:

$$\frac{R(0,0)}{l_x} * \sum_{k=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{m-1} \left(l_{x+k} - j * \frac{d_{x+k}}{m} \right) * \frac{C(0,0)}{C(k, j)} * v^{k+\frac{j}{m}} = {}^{netto} E \quad (1.8)$$

и разрешим его относительно нетто-взноса $R(0,0)$:

$$R(0,0) = \frac{{}^{netto} E}{\frac{1}{l_x} * \sum_{k=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{m-1} \left(l_{x+k} - j * \frac{d_{x+k}}{m} \right) * \frac{C(0,0)}{C(k, j)} * v^{k+\frac{j}{m}}} \quad (1.9)$$

Вычислив значение $R(0,0)$, значения остальных рассроченных нетто-взносов рассчитываются по формуле (1.7):

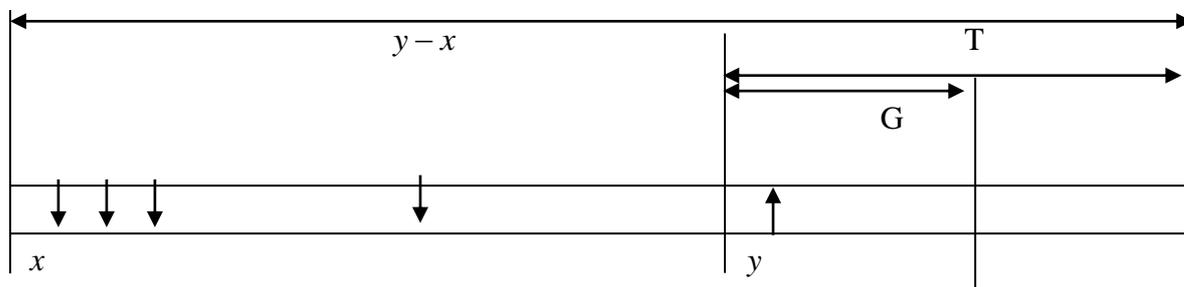
Значения брутто-взносов, как это было отмечено ранее, рассчитываются по формуле:

$$G(i, j) = C(i, j) * R(i, j) \quad (1.10)$$

В случае, когда нагрузка постоянная в течение всего срока уплаты взносов, значение коэффициента рассрочки рассчитывается по формуле:

$$K_n^m = \frac{\sum_{k=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{m-1} \left(l_{x+k} - j * \frac{d_{x+k}}{m} \right) * v^{k+\frac{j}{m}}}{l_x} \quad (1.11)$$

2. Расчет тарифной ставки по страхованию дополнительной пенсии



Введем обозначения:

- x – возраст Застрахованного на момент заключения договора страхования;
- y – возраст Застрахованного на момент начала пенсионных выплат;
- G – период гарантированных выплат;
- T – период пенсионных выплат. В случае пожизненной пенсии $T = \omega - y$; где $\omega = 100$ – предельный возраст в таблице смертности;
- S – страховая сумма по договору, равная сумме годовых пенсионных (рентных) выплат;
- m – годовая частота уплаты взносов по договору;
- q – годовая частота пенсионных выплат;
- u – шаг разбиения 1-го года на равные части, $u = 360$

В случае смерти Застрахованного после окончания периода гарантированных выплат до завершения договора страхования, Страховщик производит выплату Выгодоприобретателю страховой суммы (годовой суммы пенсии (ренты)).

Размер единовременного нетто-взноса: (2.1)

$${}_y E_x^T = \frac{\frac{S}{q} * K_Y * K_m * \left(\sum_{i=0}^{G-1} \sum_{j=0}^{q-1} v^{i+\frac{j}{q}} + \sum_{i=0}^{T-G-1} \sum_{j=0}^{q-1} \left(l_{y+G+i} - \frac{d_{y+G+i}}{q} \right) * v^{G+i+\frac{j}{q}} + \sum_{i=1}^{T-G} \frac{d_{y+G+i}}{u} \sum_{j=1}^u v^{G+i+\frac{j}{u}} \right)}{l_x}$$

Происхождение коэффициентов K_Y и K_m объясняется следующим образом.

Пусть D_1 – календарная дата заключения договора страхования; D_2 – календарная дата начала пенсионных выплат. Временной интервал между датами D_1 и D_2 (накопительный период) содержит n полных лет и w месяцев (неполный месяц считается как полный). Тогда коэффициенты K_Y и K_m будут иметь значения:

$$K_Y = v^n \quad (2.2)$$

$$K_m = v^{\frac{w}{12}} \quad (2.3)$$

Пусть взносы уплачиваются в течение периода H лет с периодичностью m раз в год.

Тогда размер рассроченных брутто-взносов рассчитывается по формуле:

$$(2.4)$$

$${}_y R_x^T = \frac{\frac{S}{q} * K_Y * K_m * C(0,0) * \left(\sum_{i=0}^{G-1} \sum_{j=0}^{q-1} v^{i+\frac{j}{q}} + \sum_{i=0}^{T-G-1} \sum_{j=0}^{q-1} \left(l_{y+G+i} - \frac{d_{y+G+i}}{q} \right) * v^{G+i+\frac{j}{q}} + \sum_{i=1}^{T-G} \frac{d_{y+G+i}}{u} \sum_{j=1}^u v^{G+i+\frac{j}{u}} \right)}{\sum_{k=0}^{H-1} \sum_{j=0}^{m-1} \left(l_{x+k} - j * \frac{d_{x+k}}{m} \right) * \frac{C(0,0)}{C(k,j)} * v^{k+\frac{j}{m}}}$$

Были рассчитаны таблицы коэффициентов рассрочки в соответствии с формулами Раздела 1. Затем, для удобства практического применения, было произведено усреднение полученных коэффициентов по возрасту и полу Застрахованных. В результате значения коэффициентов рассрочки стало возможным представить в виде функции $K(\pi, H, m)$. Здесь π – нагрузочный план, H – срок уплаты взносов, m – годовая частота уплаты взносов.

Для удобства применения была разработана таблица значений, равных $1/(\text{Коэффициент рассрочки})$.

Таким образом, значение рассроченного брутто-взноса для практического применения рассчитывается по формуле:

$${}_y R_x^T = \frac{S}{q} * K_Y * K_m * {}_y E_x^T * K(\pi, H, m) \quad (2.5)$$

Значения K_Y , K_m , ${}_y E_x^T$, $K(\pi, H, m)$ берутся из соответствующих таблиц.

Период времени, начиная с даты окончания уплаты взносов по договору D_3 до даты начала пенсионных выплат D_2 , когда взносы уже не уплачиваются, а пенсионные выплаты еще не начались, называется выжидательным периодом.

При постоянной нагрузке к нетто-ставке f размеры взносов рассчитываются по формулам:

$$\text{- для единовременного брутто-взноса:} \quad (2.6)$$

$${}_y E_x^T = \frac{\frac{S}{q} * K_Y * K_m * \left(\sum_{i=0}^{G-1} \sum_{j=0}^{q-1} v^{i+\frac{j}{q}} + \sum_{i=0}^{T-G-1} \sum_{j=0}^{q-1} \left(l_{y+G+i} - \frac{d_{y+G+i}}{q} \right) * v^{G+i+\frac{j}{q}} + \sum_{i=1}^{T-G} \frac{d_{y+G+i}}{u} \sum_{j=1}^u v^{G+i+\frac{j}{u}} \right)}{l_x * (1-f)}$$

- для рассроченных брутто-взносов:

(2.7)

$${}_yR_x^T = \frac{\frac{S}{q} * K_Y * K_m * C(0,0) * \left(\sum_{i=0}^{G-1} \sum_{j=0}^{q-1} v^{i+\frac{j}{q}} + \sum_{i=0}^{T-G-1} \sum_{j=0}^{q-1} \left(l_{y+G+i} - \frac{d_{y+G+i}}{q} \right) * v^{G+i+\frac{j}{q}} + \sum_{i=1}^{T-G} \frac{d_{y+G+i}}{u} \sum_{j=1}^u v^{G+i+\frac{j}{u}} \right)}{(1-f) * \sum_{k=0}^{H-1} \sum_{j=0}^{m-1} \left(l_{x+k} - j * \frac{d_{x+k}}{m} \right) * v^{k+\frac{j}{m}}}$$

Приложение 1

Таблица смертности населения Российской Федерации, 2005 год

в полях таблицы расположены числа, равные количеству
доживших до данного возраста мужчин (женщин)

Возраст	Мужчины	Женщины	Возраст	Мужчины	Женщины
0	1 000 000,00	1 000 000,00	51	740 100,00	908 430,00
1	980 480,00	985 390,00	52	725 540,00	903 070,00
2	978 620,00	983 760,00	53	710 080,00	897 360,00
3	977 610,00	982 900,00	54	693 670,00	891 270,00
4	976 840,00	982 310,00	55	676 390,00	884 810,00
5	976 130,00	981 800,00	56	658 380,00	877 920,00
6	975 520,00	981 410,00	57	639 720,00	870 450,00
7	974 940,00	981 050,00	58	620 460,00	862 290,00
8	974 390,00	980 720,00	59	600 620,00	853 360,00
9	973 860,00	980 420,00	60	580 230,00	843 590,00
10	973 340,00	980 140,00	61	559 320,00	832 900,00
11	972 820,00	979 880,00	62	537 920,00	821 220,00
12	972 300,00	979 630,00	63	516 080,00	808 490,00
13	971 730,00	979 360,00	64	493 850,00	794 630,00
14	971 060,00	979 040,00	65	471 280,00	779 570,00
15	970 210,00	978 640,00	66	448 440,00	763 240,00
16	969 060,00	978 130,00	67	425 400,00	745 570,00
17	967 530,00	977 500,00	68	402 230,00	726 510,00
18	965 610,00	976 770,00	69	379 020,00	706 010,00
19	963 320,00	975 960,00	70	355 850,00	684 020,00
20	960 640,00	975 100,00	71	332 820,00	660 520,00
21	957 510,00	974 200,00	72	310 020,00	635 510,00
22	953 990,00	973 270,00	73	287 540,00	609 000,00
23	950 210,00	972 320,00	74	265 490,00	581 020,00
24	946 270,00	971 360,00	75	243 960,00	551 650,00
25	942 240,00	970 370,00	76	223 050,00	520 990,00
26	938 150,00	969 350,00	77	202 860,00	489 190,00
27	933 990,00	968 300,00	78	183 470,00	456 410,00
28	929 730,00	967 200,00	79	164 960,00	422 880,00
29	925 260,00	966 040,00	80	147 410,00	388 850,00
30	920 490,00	964 810,00	81	130 870,00	354 620,00
31	915 450,00	963 520,00	82	115 400,00	320 510,00
32	910 240,00	962 190,00	83	101 030,00	286 870,00
33	904 910,00	960 820,00	84	87 790,00	254 060,00
34	899 370,00	959 380,00	85	75 690,00	222 440,00
35	893 510,00	957 820,00	86	64 730,00	192 370,00
36	887 310,00	956 150,00	87	54 880,00	164 170,00
37	880 830,00	954 390,00	88	46 120,00	138 130,00
38	874 040,00	952 510,00	89	38 400,00	114 460,00
39	866 860,00	950 500,00	90	31 660,00	93 320,00
40	859 210,00	948 340,00	91	25 840,00	74 780,00
41	851 100,00	946 020,00	92	20 870,00	58 830,00
42	842 530,00	943 530,00	93	16 670,00	45 400,00
43	833 500,00	940 840,00	94	13 170,00	34 330,00
44	823 990,00	937 910,00	95	10 280,00	25 410,00
45	813 910,00	934 690,00	96	7 930,00	18 390,00
46	803 230,00	931 160,00	97	6 040,00	13 000,00
47	791 940,00	927 300,00	98	4 540,00	8 970,00
48	779 920,00	923 060,00	99	3 370,00	6 040,00
49	767 170,00	918 440,00	100	2 470,00	3 960,00
50	753 910,00	913 520,00	101	0	0